SÉRIE DE RÉVISION .

EXERCICE N°I :

❶ Soit $P(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$.

a- Vérifier que 1 est racine de P(x).

b- Factoriser P(x) et vérifier que : $P(x) = (x-1)^2(x+3)$.

c- Résoudre dans IR, l'inéquation : $P(x) > 0$.

d- Sans faire le calcul, comparer : $P(-\sqrt{7}-2)$ et P(2).

e- Résoudre dans IR, l'équation : $\sqrt{P(x)} = x - 1$.

❷ Soit $Q(x) = x^4 + 6x^3 - 8x^2 - 6x + 7$.

a- Vérifier que : $Q(x) = (x^2-1)(x^2+6x-7)$.

b- Résoudre dans IR, l'inéquation : $Q(x) \leq 0$.

❸ Soit la fonction rationnelle F définie par : $F(x) = \dfrac{Q(x)}{P(x)}$.

a- Déterminer le domaine de définition D de la fonction F.

b- Vérifier que pour tout $x \in D$, on a : $F(x) = \dfrac{(x+1)(x+7)}{x+3}$.

c- Résoudre dans IR, l'inéquation : $F(x) \leq \dfrac{-9}{x+3}$.

EXERCICE N°II :

I) Soit le polynôme $P(x) = ax^3 - 9x^2 + 7x + b$, on donne $P(-1) = -12$ et $P(0) = 6$.

❶ Montrer que $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$.

❷ a- Vérifier que 3 est une racine de P(x).

b- factoriser P(x) puis résoudre dans IR, $P(x) = 0$

c- Résoudre dans IR, $P(x) < 0$.

d- Résoudre dans IR, $P(x) \geq -3(x-3)$.

II) Soit $g(x) = x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 16x + 12$.

❶ Vérifier que : $g(x) = (x-1)(x-2)(x^2+x+6)$

❷ On considère la fonction rationnelle $f(x) = \dfrac{g(x)}{x^2+3x-4}$

a- Déterminer le domaine de définition de f.

b- Simplifier f(x).

c- Résoudre dans IR, $f(x) \leq 0$ puis comparer f(-5,8) et f(0,005)

d- Résoudre dans IR, $f(x) \leq 2x - 4$.

EXERCICE N°III :

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : AB = 4cm et AC = 3cm.
Soient les points I, J tes que : $I = A * B$ et $A = J * I$, on pose : $t_{\overrightarrow{JA}}(B) = B'$.

Soit Δ la parallèle à (BC) passant par B' et Δ' la parallèle à (AC) passant par I.
Δ et Δ' se coupent en C'.

a- Déterminer $t_{\overrightarrow{JA}}((AC))$ et $t_{\overrightarrow{JA}}((BC))$.

b- En déduire que : $t_{\overrightarrow{JA}}(C) = C'$.

c- Calculer B'C'.

EXERCICE N°IV :

ABCD un parallélogramme et I milieu de [BC]

❶ a- Construire les points E et F tels que : $t_{\overrightarrow{AB}}(C) = E$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CF}$

b- Montrer que : C = D ∗ E

c- Quelle set al nature du quadrilatère DBEF ?

❷ a- Construire le point G tel que : $t_{\overrightarrow{AB}}(B) = G$

b- Montrer que : $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{EF}$

❸ Déterminer : $t_{\overrightarrow{AB}}((BD))$ et $t_{\overrightarrow{AB}}((CG))$

EXERCICE N°V :

On considère un triangle ABC, I milieu de [AB] et J milieu de [AC].

❶ a- Construire les points D et K définis par :

D barycentre de deux points pondérés (A,5) et (B,2)

K barycentre de deux points pondérés (B,2) et (C,3)

b- Déterminer les ensembles suivants : $\Delta = \left\{ M \in P \,/\, 5\left\| 5\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} \right\| = 7\left\| 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} \right\| \right\}$

❷ Soit le point G défini, par : $5\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

a- Montrer que G est le barycentre de deux points pondérés (D,7) et (C,3)

b- Montrer G set le milieu de [AK].

c- En remplaçant : $5\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GA}$.

Montrer que G est le barycentre de deux points pondérés (I,2) et (J,3)

d- En déduire que les droites (AK) , (IJ) e (CD) sont concourantes.

❸ Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AG}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

❹ Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que : $\left\| 5\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} \right\| = \left\| 5\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} \right\|$